

# TRIVIAL POURSUITE MATHÉMATIQUE

12 Mai 2016

- 1 Calcul différentiel
- 2 Suites et séries de fonctions
- 3 Séries entières, séries de Fourier
- 4 Questions de cours
- 5 Le Pictionamaths

# Calcul différentiel, Q1

# Calcul différentiel, Q1

Soit  $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R}, \mathbb{R})$  telle que  $\forall x \in \mathbb{R}, |f'(x)| < 1$ . Le jacobien de l'application  $\varphi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  définie par

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, \quad \varphi(x, y) = (y + f(x), x + f(y))$$

est-il inversible ?

# Calcul différentiel, Q2

## Calcul différentiel, Q2

Déterminer les extrema locaux et globaux de  
 $f(x, y) = \sin(x) + y^2 - 2y + 1$ .

# Calcul différentiel, Q3

# Calcul différentiel, Q3

Soient  $U$  un ouvert de  $\mathbb{R}^n$  et  $f$ ,  $g$  et  $h$  trois fonctions de  $U \rightarrow \mathbb{R}$  telles que

$$\forall x \in U, \quad f(x) \leq g(x) \leq h(x).$$

On suppose que  $f$  et  $g$  sont différentiables en  $a \in U$  et que  $f(a) = h(a)$ .  
Montrer que  $d_a(h - f) = 0$ . En déduire que  $g$  est différentiable en  $a$  et calculer  $d_a g$ .



# Calcul différentiel, Q4

# Calcul différentiel, Q4

Déterminer les fonctions  $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$  solutions du système suivant :

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, \quad \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = xy^2 \quad \text{et} \quad \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = x^2y.$$

# Calcul différentiel, Q5

# Calcul différentiel, Q5

On munit  $\mathbb{R}^n$  de sa structure euclidienne et de sa norme euclidienne,  $N(\cdot) = \|\cdot\|_2$ . Soit  $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R}^+, \mathbb{R})$  croissante. On pose  $\forall x \in \mathbb{R}^n$ ,  $F(x) = f(N(x))x$ . Rappeler la différentielle de  $N$ , calculer la différentielle de  $F$  et montrer que

$$\forall (x, h) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n, \quad \langle DF(x).h, h \rangle \geq f(N(x))N(h)^2.$$

# Calcul différentiel, Q6

# Calcul différentiel, Q6

Déterminer les extrema locaux et globaux de  $f(x, y) = x(x + 1)^2 - y^2$ .

# Calcul différentiel, Q7

# Calcul différentiel, Q7

Soit  $N$  une norme sur  $\mathbb{R}^n$ . Montrer que  $N$  n'est pas différentiable en 0.



# Calcul différentiel, Q8

# Calcul différentiel, Q8

Déterminer les fonctions  $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$  solutions du système suivant :

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, \quad \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2} \quad \text{et} \quad \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \frac{-y}{x^2 + y^2}.$$

# Calcul différentiel, Q9 et Q10

# Calcul différentiel, Q9 et Q10

On considère la fonction  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  définie par

$$\forall (x, y, z) \in \mathbb{R}^3, \quad f(x, y, z) = (2x + y - z)(x + y + 2z).$$

- 1 Déterminer l'ensemble des points critiques de  $f$ .

# Calcul différentiel, Q9 et Q10

On considère la fonction  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  définie par

$$\forall (x, y, z) \in \mathbb{R}^3, \quad f(x, y, z) = (2x + y - z)(x + y + 2z).$$

- 1 Déterminer l'ensemble des points critiques de  $f$ .
- 2 Déterminer la nature de ces points critiques.

# Calcul différentiel, Q11 et Q12

# Calcul différentiel, Q11 et Q12

Soit  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  définie par  $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, f(x, y) = \sqrt{|xy|}$ .

- 1 Déterminer l'ensemble des points de  $\mathbb{R}^2$  pour lesquels les dérivées partielles de  $f$  existent.

# Calcul différentiel, Q11 et Q12

Soit  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  définie par  $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, f(x, y) = \sqrt{|xy|}$ .

- 1 Déterminer l'ensemble des points de  $\mathbb{R}^2$  pour lesquels les dérivées partielles de  $f$  existent.
- 2 En déduire l'ensemble des points de  $\mathbb{R}^2$  en lesquels  $f$  est différentiable.



# Suites et séries de fonctions, Q1

# Suites et séries de fonctions, Q1

La suite de fonctions  $f_n(x) = x^{2n} \ln(x)$  converge-t-elle simplement sur  $[0, 1]$  ? uniformément ?

# Suites et séries de fonctions, Q2

# Suites et séries de fonctions, Q2

Étudier les convergences de la série de fonctions  $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n^2 + x^2}$  sur  $\mathbb{R}$ .

# Suites et séries de fonctions, Q3

# Suites et séries de fonctions, Q3

La suite de fonctions

$$f_n(x) = n^2 x^{n+1} \left( \frac{1}{n+1} - \frac{x^n}{2n+1} \right)$$

converge-t-elle simplement sur  $[0, 1]$  ? uniformément ?

# Suites et séries de fonctions, Q4 et Q5

# Suites et séries de fonctions, Q4 et Q5

On pose  $u_n(x) = x^{n+1} \ln(x)$  si  $x \in ]0, 1]$  et  $u_n(0) = 0$ .

- 1 Montrer que  $\sum_{n \geq 0} u_n(x)$  ne converge pas uniformément.



# Suites et séries de fonctions, Q4 et Q5

On pose  $u_n(x) = x^{n+1} \ln(x)$  si  $x \in ]0, 1]$  et  $u_n(0) = 0$ .

- 1 Montrer que  $\sum_{n \geq 0} u_n(x)$  ne converge pas uniformément.
- 2 Montrer que  $\sum_{n \geq 0} (-1)^n u_n(x)$  converge uniformément.

# Suites et séries de fonctions, Q6

# Suites et séries de fonctions, Q6

La suite de fonctions  $f_n(x) = nx^n \ln(x)$  converge-t-elle simplement sur  $[0, 1]$  ? uniformément ?

# Suites et séries de fonctions, Q7 et Q8

# Suites et séries de fonctions, Q7 et Q8

- 1 Montrer que la série de fonctions  $\sum_{n \geq 0} (-1)^n \frac{x^n}{n+1}$  converge uniformément sur  $[0, 1]$ .

# Suites et séries de fonctions, Q7 et Q8

- 1 Montrer que la série de fonctions  $\sum_{n \geq 0} (-1)^n \frac{x^n}{n+1}$  converge uniformément sur  $[0, 1]$ .
- 2 Calculer  $\int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{x} dx$ .

# Suites et séries de fonctions, Q9

# Suites et séries de fonctions, Q9

Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  définie par  $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = \arctan\left(\frac{x+n}{1+nx}\right)$ . Montrer que la suite de fonctions  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  converge uniformément sur  $[0; +\infty[$ .



# Suites et séries de fonctions, Q10 et Q11

# Suites et séries de fonctions, Q10 et Q11

On considère la série de fonctions  $\sum_{n \geq 1} \frac{x}{(1+x^2)^n}$ .

- 1 Montrer que l'on n'a pas de convergence normale sur  $[0, +\infty[$  mais sur  $[a, +\infty[$ ,  $a > 0$ .

# Suites et séries de fonctions, Q10 et Q11

On considère la série de fonctions  $\sum_{n \geq 1} \frac{x}{(1+x^2)^n}$ .

- 1 Montrer que l'on n'a pas de convergence normale sur  $[0, +\infty[$  mais sur  $[a, +\infty[$ ,  $a > 0$ .
- 2 Calculer la somme  $S(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x}{(1+x^2)^n}$  et montrer que l'on n'a pas convergence uniforme ni sur  $[0, +\infty[$  ni sur  $]0, +\infty[$ .

# Suites et séries de fonctions, Q12 et Q13

## Suites et séries de fonctions, Q12 et Q13

On considère les suites de fonctions  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  et  $(g_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définies pour tout  $n \in \mathbb{N}$  par

$$\begin{aligned} f_n : \quad & [0; \frac{\pi}{2}] && \rightarrow && \mathbb{R} \\ & x && \mapsto && x \sin(x) \cos^n(x). \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} g_n : \quad & [0; \frac{\pi}{2}] && \rightarrow && \mathbb{R} \\ & x && \mapsto && \sin(x) \cos^n(x). \end{aligned}$$

- ❶ Montrer que  $(g_n)_{n \in \mathbb{N}}$  converge uniformément sur  $[0; \frac{\pi}{2}]$ . La suite  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  converge-t-elle uniformément ?

# Suites et séries de fonctions, Q12 et Q13

On considère les suites de fonctions  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  et  $(g_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définies pour tout  $n \in \mathbb{N}$  par

$$f_n : \begin{array}{l} [0; \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto x \sin(x) \cos^n(x). \end{array}$$

et

$$g_n : \begin{array}{l} [0; \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \sin(x) \cos^n(x). \end{array}$$

- 1 Montrer que  $(g_n)_{n \in \mathbb{N}}$  converge uniformément sur  $[0; \frac{\pi}{2}]$ . La suite  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  converge-t-elle uniformément ?
- 2 Étudier les convergences de la série de fonction  $\sum_{n \geq 0} f_n$ .

# Suites et séries de fonctions, Q14

# Suites et séries de fonctions, Q14

La suite de fonctions  $f_n(x) = \frac{x^n}{1+x^{2n}}$  converge-t-elle simplement  $[0, +\infty[$  ?  
Uniformément ?



# Séries de Fourier, Q1

# Séries de Fourier, Q1

Soit  $f$  une fonction  $T$ -périodique, continue, positive et non identiquement nulle. Montrer que pour tout  $n \geq 1$ ,  $a_n(f) < a_0$ .

# Séries de entières, Q2

# Séries de entières, Q2

Déterminer le rayon de convergence de la série entière  $\sum_{n \geq 1} \arctan(n^\alpha) z^n$  en fonction de  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

# Séries de Fourier, Q3 et Q4

# Séries de Fourier, Q3 et Q4

On considère la fonction  $f : x \mapsto x^2$  sur  $[-\pi, \pi]$  prolongée en une fonction  $2\pi$ -périodique.

- 1 Calculer les coefficients de Fourier de  $f$ .

# Séries de Fourier, Q3 et Q4

On considère la fonction  $f : x \mapsto x^2$  sur  $[-\pi, \pi]$  prolongée en une fonction  $2\pi$ -périodique.

- 1 Calculer les coefficients de Fourier de  $f$ .
- 2 Calculer les sommes  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2}$  et  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^4}$ .

# Séries entières, Q5



# Séries entières, Q5

Déterminer le rayon de convergence de la série entière  $\sum_{n \geq 1} a_n z^n$  où  $a_n = \int_0^1 x^n e^{-x} dx$ .

# Séries de Fourier, Q6

# Séries de Fourier, Q6

On définit  $D_N$  par, pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $D_N(x) = \sum_{n=-N}^N e^{inx}$ . Montrer que

$$\forall x \in \mathbb{R} \setminus 2\pi\mathbb{Z}, \quad D_N(x) = \frac{\sin\left(\left(N + \frac{1}{2}\right)x\right)}{\sin\left(\frac{x}{2}\right)}.$$

# Séries entières, Q7

# Séries entières, Q7

Montrer que la fonction  $f(x) = \frac{\sin(x)}{x}$  si  $x \neq 0$  et  $f(0) = 0$  est  $\mathcal{C}^\infty$  sur  $\mathbb{R}$ .

# Séries de Fourier, Q8

# Séries de Fourier, Q8

Soit  $E = \left\{ f : x \mapsto \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{inx}, \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |c_n| < +\infty \right\}$ . Montrer que  $E$  est un sous-espace vectoriel de  $\mathcal{L}^1([0, 1], \mathbb{C})$  et que pour tout  $n \in \mathbb{Z}$ ,  $c_n(f) = c_n$ .

# Séries entières, Q9



# Séries entières, Q9

Soit  $a > 0$ . Déterminer le rayon de convergence  $R$  de la série entière  $\sum_{n \geq 0} \operatorname{ch}(an)x^n$ .

# Séries de Fourier, Q10

# Séries de Fourier, Q10

Calculer, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , l'intégrale  $\int_0^\pi \frac{1+\cos(x)}{4-2\cos(x)} \cos(nx) dx$ .

# Séries entières, Q11

# Séries entières, Q11

Déterminer le rayon de convergence de  $\sum_{n \geq 1} \ln^n(n)z^n$ .

# Questions de cours I

# Questions de cours I

- 1 Exprimer le terme général du produit de Cauchy des séries entières  $\sum_{n \geq 0} a_n z^n$  et  $\sum_{n \geq 0} b_n z^n$ .

# Questions de cours I

- 1 Exprimer le terme général du produit de Cauchy des séries entières  $\sum_{n \geq 0} a_n z^n$  et  $\sum_{n \geq 0} b_n z^n$ .
- 2 Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$  dérivable en  $a \in \mathbb{R}$ . Exprimer la différentielle en fonction de la dérivée.



# Questions de cours I

- 1 Exprimer le terme général du produit de Cauchy des séries entières  $\sum_{n \geq 0} a_n z^n$  et  $\sum_{n \geq 0} b_n z^n$ .
- 2 Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$  dérivable en  $a \in \mathbb{R}$ . Exprimer la différentielle en fonction de la dérivée.
- 3 Soit  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$ . Exprimer la jacobienne de  $f$ .

# Questions de cours I

- 1 Exprimer le terme général du produit de Cauchy des séries entières  $\sum_{n \geq 0} a_n z^n$  et  $\sum_{n \geq 0} b_n z^n$ .
- 2 Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$  dérivable en  $a \in \mathbb{R}$ . Exprimer la différentielle en fonction de la dérivée.
- 3 Soit  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$ . Exprimer la jacobienne de  $f$ .
- 4 Écrire l'égalité de Parseval avec les coefficients trigonométriques.

# Questions de cours I

- 1 Exprimer le terme général du produit de Cauchy des séries entières  $\sum_{n \geq 0} a_n z^n$  et  $\sum_{n \geq 0} b_n z^n$ .
- 2 Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$  dérivable en  $a \in \mathbb{R}$ . Exprimer la différentielle en fonction de la dérivée.
- 3 Soit  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$ . Exprimer la jacobienne de  $f$ .
- 4 Écrire l'égalité de Parseval avec les coefficients trigonométriques.
- 5 Donner les coefficients  $c_n(f)$  en fonction de ceux de  $a_n(f)$  et de  $b_n(f)$ .

# Questions de cours I

- 1 Exprimer le terme général du produit de Cauchy des séries entières  $\sum_{n \geq 0} a_n z^n$  et  $\sum_{n \geq 0} b_n z^n$ .
- 2 Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$  dérivable en  $a \in \mathbb{R}$ . Exprimer la différentielle en fonction de la dérivée.
- 3 Soit  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$ . Exprimer la jacobienne de  $f$ .
- 4 Écrire l'égalité de Parseval avec les coefficients trigonométriques.
- 5 Donner les coefficients  $c_n(f)$  en fonction de ceux de  $a_n(f)$  et de  $b_n(f)$ .
- 6 Pour deux fonctions  $f : E \rightarrow F$  et  $g : F \rightarrow G$  différentiables sur  $E$  et  $F$  respectivement, donner la formule de la différentielle de la composée :  $d_x(f \circ g)(h)$ .

# Questions de cours I

- 1 Exprimer le terme général du produit de Cauchy des séries entières  $\sum_{n \geq 0} a_n z^n$  et  $\sum_{n \geq 0} b_n z^n$ .
- 2 Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$  dérivable en  $a \in \mathbb{R}$ . Exprimer la différentielle en fonction de la dérivée.
- 3 Soit  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$ . Exprimer la jacobienne de  $f$ .
- 4 Écrire l'égalité de Parseval avec les coefficients trigonométriques.
- 5 Donner les coefficients  $c_n(f)$  en fonction de ceux de  $a_n(f)$  et de  $b_n(f)$ .
- 6 Pour deux fonctions  $f : E \rightarrow F$  et  $g : F \rightarrow G$  différentiables sur  $E$  et  $F$  respectivement, donner la formule de la différentielle de la composée :  $d_x(f \circ g)(h)$ .
- 7 Quel est le rayon de convergence de la série entière dérivée ?

# Questions de cours I

- 1 Exprimer le terme général du produit de Cauchy des séries entières  $\sum_{n \geq 0} a_n z^n$  et  $\sum_{n \geq 0} b_n z^n$ .
- 2 Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$  dérivable en  $a \in \mathbb{R}$ . Exprimer la différentielle en fonction de la dérivée.
- 3 Soit  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$ . Exprimer la jacobienne de  $f$ .
- 4 Écrire l'égalité de Parseval avec les coefficients trigonométriques.
- 5 Donner les coefficients  $c_n(f)$  en fonction de ceux de  $a_n(f)$  et de  $b_n(f)$ .
- 6 Pour deux fonctions  $f : E \rightarrow F$  et  $g : F \rightarrow G$  différentiables sur  $E$  et  $F$  respectivement, donner la formule de la différentielle de la composée :  $d_x(f \circ g)(h)$ .
- 7 Quel est le rayon de convergence de la série entière dérivée ?
- 8 Écrire la définition d'une suite de fonction  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  qui converge simplement vers  $f$  sur un intervalle  $I$  (en terme d'epsilons...).

# Questions de cours I

- 1 Exprimer le terme général du produit de Cauchy des séries entières  $\sum_{n \geq 0} a_n z^n$  et  $\sum_{n \geq 0} b_n z^n$ .
- 2 Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$  dérivable en  $a \in \mathbb{R}$ . Exprimer la différentielle en fonction de la dérivée.
- 3 Soit  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$ . Exprimer la jacobienne de  $f$ .
- 4 Écrire l'égalité de Parseval avec les coefficients trigonométriques.
- 5 Donner les coefficients  $c_n(f)$  en fonction de ceux de  $a_n(f)$  et de  $b_n(f)$ .
- 6 Pour deux fonctions  $f : E \rightarrow F$  et  $g : F \rightarrow G$  différentiables sur  $E$  et  $F$  respectivement, donner la formule de la différentielle de la composée :  $d_x(f \circ g)(h)$ .
- 7 Quel est le rayon de convergence de la série entière dérivée ?
- 8 Écrire la définition d'une suite de fonction  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  qui converge simplement vers  $f$  sur un intervalle  $I$  (en terme d'epsilons...).
- 9 Énoncer le théorème d'Hadamard.

# Questions de cours I

- 1 Exprimer le terme général du produit de Cauchy des séries entières  $\sum_{n \geq 0} a_n z^n$  et  $\sum_{n \geq 0} b_n z^n$ .
- 2 Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$  dérivable en  $a \in \mathbb{R}$ . Exprimer la différentielle en fonction de la dérivée.
- 3 Soit  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$ . Exprimer la jacobienne de  $f$ .
- 4 Écrire l'égalité de Parseval avec les coefficients trigonométriques.
- 5 Donner les coefficients  $c_n(f)$  en fonction de ceux de  $a_n(f)$  et de  $b_n(f)$ .
- 6 Pour deux fonctions  $f : E \rightarrow F$  et  $g : F \rightarrow G$  différentiables sur  $E$  et  $F$  respectivement, donner la formule de la différentielle de la composée :  $d_x(f \circ g)(h)$ .
- 7 Quel est le rayon de convergence de la série entière dérivée ?
- 8 Écrire la définition d'une suite de fonction  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  qui converge simplement vers  $f$  sur un intervalle  $I$  (en terme d'epsilons...).
- 9 Énoncer le théorème d'Hadamard.
- 10 Donner la définition d'une suite de fonction vérifiant le critère de Cauchy uniforme.



# Questions de cours II

## Questions de cours II

- 1 Énoncer le théorème de comparaison de séries entières dont les termes généraux sont équivalents.

## Questions de cours II

- 1 Énoncer le théorème de comparaison de séries entières dont les termes généraux sont équivalents.
- 2 Donner le développement en série entière de la fonction  $x \mapsto \ln(1 + x)$ .

# Questions de cours II

- 1 Énoncer le théorème de comparaison de séries entières dont les termes généraux sont équivalents.
- 2 Donner le développement en série entière de la fonction  $x \mapsto \ln(1 + x)$ .
- 3 Énoncer le théorème de dérivation sous le signe somme.

# Questions de cours II

- 1 Énoncer le théorème de comparaison de séries entières dont les termes généraux sont équivalents.
- 2 Donner le développement en série entière de la fonction  $x \mapsto \ln(1 + x)$ .
- 3 Énoncer le théorème de dérivation sous le signe somme.
- 4 Donner la définition d'une application  $f : E \rightarrow F$  différentiable en  $a \in E$ .

## Questions de cours II

- 1 Énoncer le théorème de comparaison de séries entières dont les termes généraux sont équivalents.
- 2 Donner le développement en série entière de la fonction  $x \mapsto \ln(1 + x)$ .
- 3 Énoncer le théorème de dérivation sous le signe somme.
- 4 Donner la définition d'une application  $f : E \rightarrow F$  différentiable en  $a \in E$ .
- 5 Énoncer le théorème de Dirichlet.

## Questions de cours II

- 1 Énoncer le théorème de comparaison de séries entières dont les termes généraux sont équivalents.
- 2 Donner le développement en série entière de la fonction  $x \mapsto \ln(1+x)$ .
- 3 Énoncer le théorème de dérivation sous le signe somme.
- 4 Donner la définition d'une application  $f : E \rightarrow F$  différentiable en  $a \in E$ .
- 5 Énoncer le théorème de Dirichlet.
- 6 Écrire la définition d'un minimum local de  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  en  $a$ .

## Questions de cours II

- 1 Énoncer le théorème de comparaison de séries entières dont les termes généraux sont équivalents.
- 2 Donner le développement en série entière de la fonction  $x \mapsto \ln(1+x)$ .
- 3 Énoncer le théorème de dérivation sous le signe somme.
- 4 Donner la définition d'une application  $f : E \rightarrow F$  différentiable en  $a \in E$ .
- 5 Énoncer le théorème de Dirichlet.
- 6 Écrire la définition d'un minimum local de  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  en  $a$ .
- 7 Énoncer le lemme de Riemann-Lebesgue.



# Questions de cours II

- 1 Énoncer le théorème de comparaison de séries entières dont les termes généraux sont équivalents.
- 2 Donner le développement en série entière de la fonction  $x \mapsto \ln(1+x)$ .
- 3 Énoncer le théorème de dérivation sous le signe somme.
- 4 Donner la définition d'une application  $f : E \rightarrow F$  différentiable en  $a \in E$ .
- 5 Énoncer le théorème de Dirichlet.
- 6 Écrire la définition d'un minimum local de  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  en  $a$ .
- 7 Énoncer le lemme de Riemann-Lebesgue.
- 8 Donner les implications entre la convergence normale, absolue, simple, uniforme.

# Questions de cours II

- 1 Énoncer le théorème de comparaison de séries entières dont les termes généraux sont équivalents.
- 2 Donner le développement en série entière de la fonction  $x \mapsto \ln(1+x)$ .
- 3 Énoncer le théorème de dérivation sous le signe somme.
- 4 Donner la définition d'une application  $f : E \rightarrow F$  différentiable en  $a \in E$ .
- 5 Énoncer le théorème de Dirichlet.
- 6 Écrire la définition d'un minimum local de  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  en  $a$ .
- 7 Énoncer le lemme de Riemann-Lebesgue.
- 8 Donner les implications entre la convergence normale, absolue, simple, uniforme.
- 9 Énoncer l'inégalité de Bessel.

# Questions de cours II

- 1 Énoncer le théorème de comparaison de séries entières dont les termes généraux sont équivalents.
- 2 Donner le développement en série entière de la fonction  $x \mapsto \ln(1+x)$ .
- 3 Énoncer le théorème de dérivation sous le signe somme.
- 4 Donner la définition d'une application  $f : E \rightarrow F$  différentiable en  $a \in E$ .
- 5 Énoncer le théorème de Dirichlet.
- 6 Écrire la définition d'un minimum local de  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  en  $a$ .
- 7 Énoncer le lemme de Riemann-Lebesgue.
- 8 Donner les implications entre la convergence normale, absolue, simple, uniforme.
- 9 Énoncer l'inégalité de Bessel.
- 10 Écrire la définition d'une suite de fonctions  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  qui converge uniformément vers  $f$  sur un intervalle  $I$  (en terme d'épsilons...).

# Le Pictionamaths

- ① La nappe d'équation  $z = (y - x)^2 + 3$
- ② La nappe d'équation  $z = x^2 + y^2 + 3$ .
- ③ Une dérivée directionnelle
- ④ Une dérivée partielle
- ⑤ Un minimum local
- ⑥ Un minimum global
- ⑦ Un point selle
- ⑧ Une suite de fonction convergeant simplement
- ⑨ Une suite de fonctions ne convergeant pas simplement
- ⑩ Une suite de fonction convergeant uniformément
- ⑪ Une fonction périodique
- ⑫ Un polynôme trigonométrique
- ⑬ Une fonction différant au moins en un point de sa série de Fourier
- ⑭ Une fonction égale partout à sa série de Fourier
- ⑮ Un rayon de convergence
- ⑯ Une licorne